

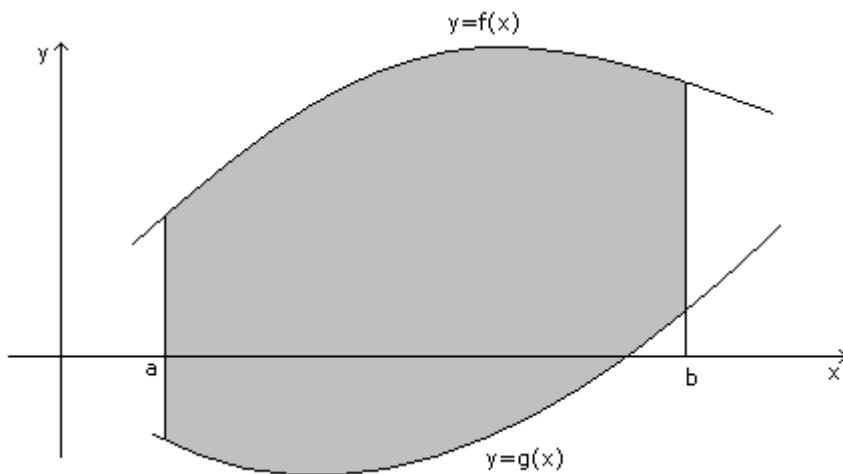
MAT001 Cálculo Diferencial e Integral 1

RESUMO DA AULA TEÓRICA 19

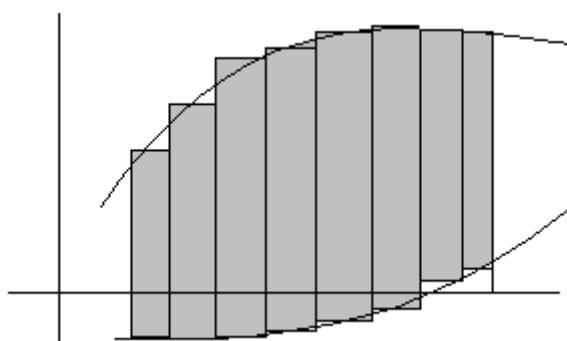
Livro do Stewart: Seções 5.1 e 6.1.

Área entre curvas: Sejam f e g funções contínuas no intervalo $[a,b]$ tais que $f(x) \geq g(x)$ para todo $x \in [a,b]$. A área A da região compreendida entre os gráficos de f e g e as retas $x=a$ e $x=b$ é dada pela integral:

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

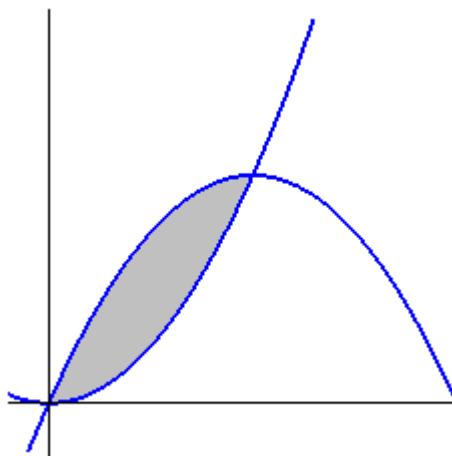


OBS: Demonstrar a expressão acima, escrevendo a soma de Riemann correspondente a figura abaixo.

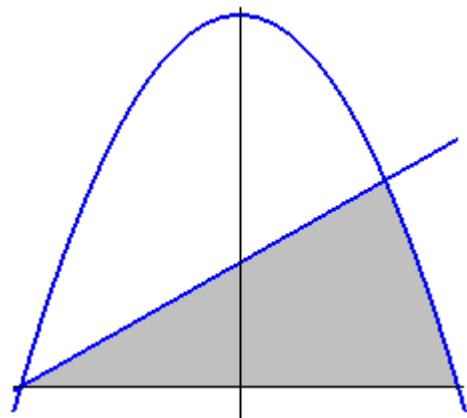


Exemplos: Faça o esboço da região compreendida entre as curvas dadas e calcule a área dessa região:

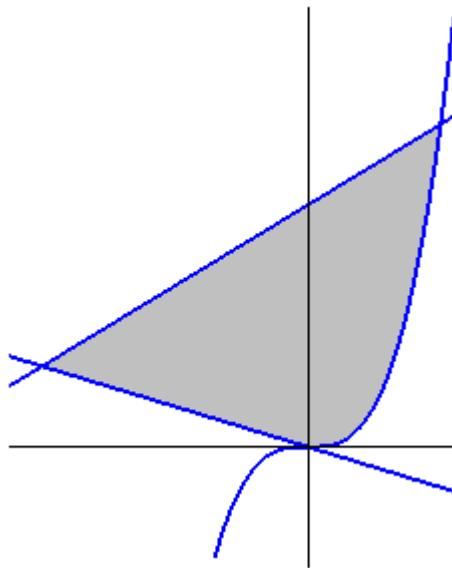
$$(1) \quad y = x^2 \text{ e } y = 2x - x^2.$$



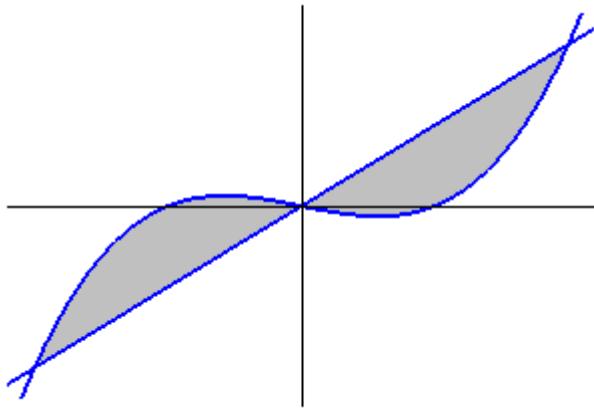
$$(2) \quad y = 9 - x^2, \quad y = x + 3 \text{ e o eixo } x.$$



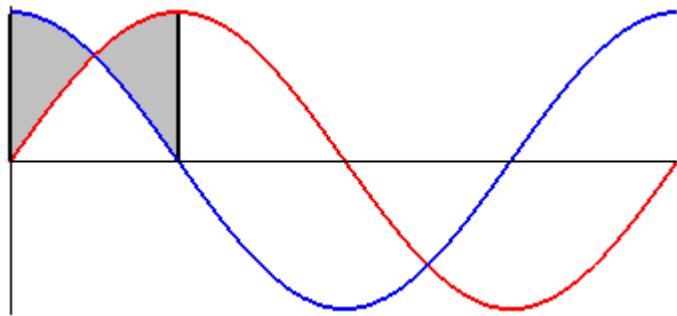
$$(3) \quad y = x + 6, \quad x = -2y \text{ e } y = x^3.$$



$$(4) \quad y = x(x^2 - 1) \quad \text{e} \quad y = 3x.$$

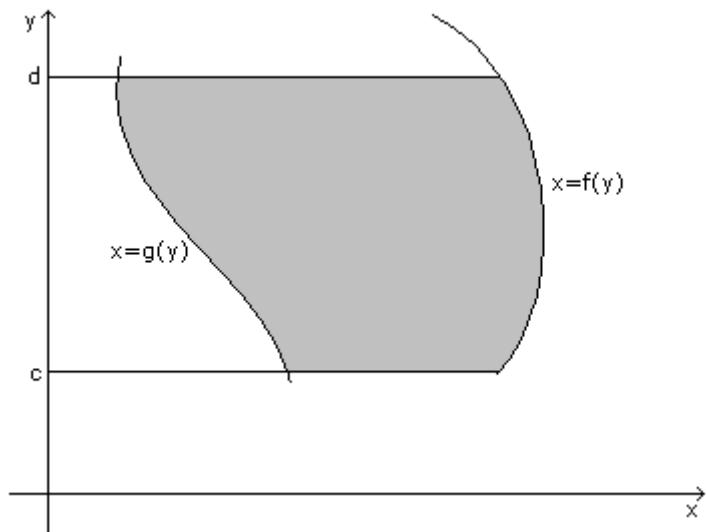


$$(5) \quad y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad x = 0 \quad \text{e} \quad x = \pi/2.$$

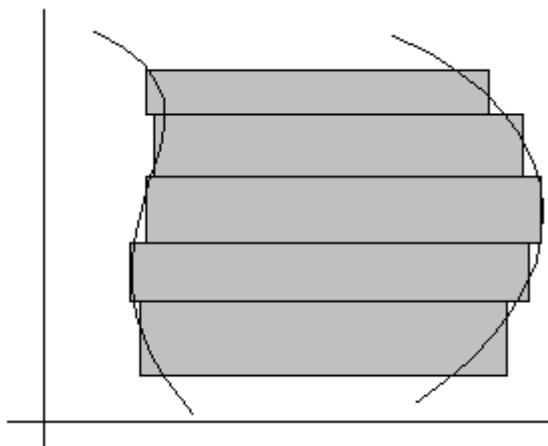


Área entre curvas: Como anteriormente, podemos calcular a área compreendida entre o gráfico de duas funções contínuas $x = f(y)$ e $x = g(y)$ com $f(y) \geq g(y)$ para todo y pertencente a um intervalo $[c, d]$. Essa área é dada pela integral

$$A = \int_c^d [f(y) - g(y)] dy$$

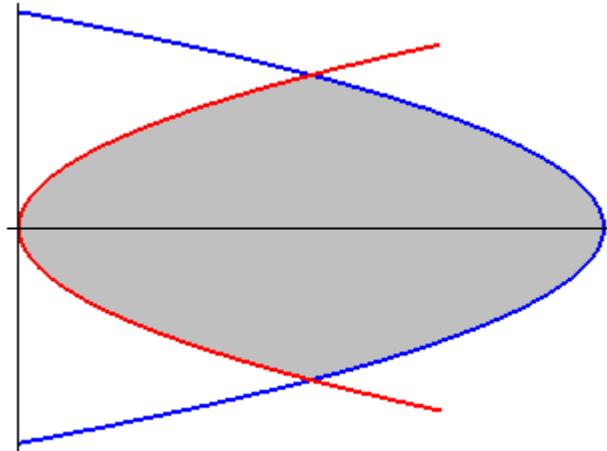


OBS: Demonstrar a expressão acima, escrevendo a soma de Riemann correspondente a figura abaixo.

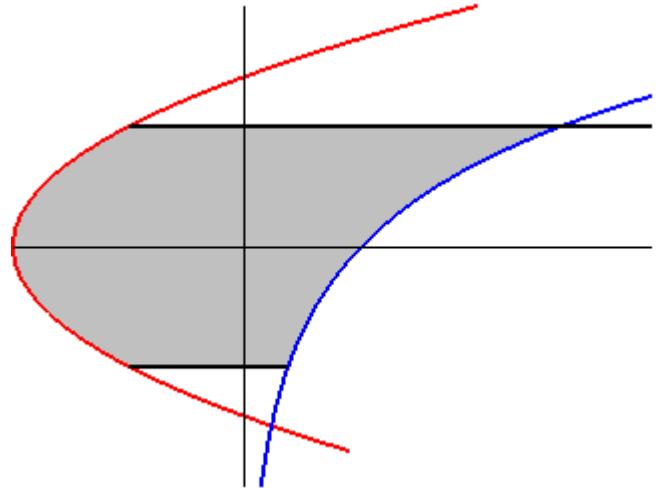


Exemplos: Faça o esboço da região compreendida entre as curvas dadas e calcule a área dessa região:

$$(1) \quad y^2 = x \text{ e } x = 4 - y^2.$$



$$(2) \quad x = y^2 - 2, \quad x = e^y, \quad y = -1 \text{ e } y = 1.$$



$$(3) \quad x = y^2 - 4y \quad \text{e} \quad x = 2y - y^2$$

